УДК 621.891(048):539.178(048)

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЙ КОНТАКТ ГЛАДКОЙ СФЕРЫ С ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Н.В. Котенева

Алтайский государственный технический университет. г. Барнаул
E-mail: sle@agtu.secna.ru

Рассматривается теоретическая модель внедрения упругой гладкой сферы в однородное упругопластическое упрочняемое твердое тело. На основе модели предложены аналитические зависимости, описывающие поведение упрочняемого упругопластического твердого тела в упругопластической области контактного взаимодействия. Предложенные аналитические зависимости позволяют учесть дополнительное сближение контактирующих тел за счет динамического нагружения. Это позволяет более точно определить параметры прочности и жесткости контакта при расчетах узлов точных приборов и машин, прецизионного оборудования, прессовых, резьбовых соединений, различных передач и подшипников.

Контактное нагружение является одним из наиболее распространенных случаев силового взаимодействия деталей машин и конструкций. Оно возникает в процессе совместной работы сопряженных элементов машин и механизмов (например, в соединениях с натягом, болтовых соединениях, в подшипниках скольжения, направляющих, фрикционных муфтах сцепления и в ряде других случаев).

Чаще всего в зоне силового контакта тел возникает местная упругопластическая деформация. Сопротивление материала упругопластической контактной деформации является одним из важнейших факторов, определяющих условия трения и изнашивания деталей машин, контактную жесткость элементов машиностроительных конструкций, их прочность и эксплуатационную надежность и т.д. Однако, строгая математическая теория, позволяющая решать задачи, связанные с упругопластической контактной деформацией при динамическом нагружении, аналогичные тем, которые описаны применительно к упругому контакту, еще не создана. Этим, в частности, определяется необходимость и целесообразность исследования контактных задач упругопластичности как при статическом, так и динамическом взаимодействии.

При силовом контакте упругого сферического тела с идеальной плоской поверхностью упругопластического контртела деформирующегося с упрочнением, последнее, в начале нагружения, испытывает упругую деформацию. На этой стадии напряжения, деформации, а также перемещения материальных элементов сферы и контртела в зоне контакта описываются решением Герца [1]. Причем их сближение δ_0 является степенной функцией контактной нагрузки P, т.е.

$$\delta_0 = k P^{\frac{2}{3}}. \tag{1}$$

Данная зависимость соответствует отрезку ОА диаграммы P–δ (рис. 1, *а*).

С возрастанием контактной нагрузки P в точке А впервые возникает пластическая деформация, которая затем постепенно распространяется как на глубину, так и к поверхности контртела. При некоторой величине нагрузки на поверхности контртела при $P \approx P_{кр}$ зависимость Герца нарушается (участок АВ, рис. 1, *а*). После снятия нагрузки происходит упругое восстановление сферы и материала контртела, упругое смятие сферы исчезает, а общее сближение уменьшается на величину $\delta_у$ контртела и становится равной $\delta_{пл}$ (рис. 1, *б*).

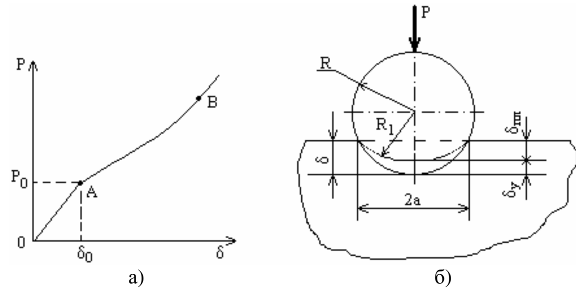


Рис. 1. *Сближение в контакте в зависимости от контактной нагрузки (а) и схема контактного внедрения сферы в плоскую границу упругопластического контртела (б)*

С появлением на поверхности контакта остаточной вмятины упругие деформации продолжают, как известно, подчиняться зависимостям теории упругости; однако, очевидно, что при этом обычные «упругие» формулы должны быть скорректированы в соответствии с новыми условиями контакта. Принципиальное отличие этих условий от условий чисто упругого контакта тел состоит в том, что при наличии остаточной вмятины сфера радиусом R находится в контакте не в точке, а с поверхностью остаточной вмятины, радиус кривизны которой равен R_1 (рис. 2, *б*).

Для определения величины R_1 примем следующие допущения:

1) со снятием нагрузки сферический контур отпечатка не изменяется;
2) профиль вмятины под нагрузкой и после разгрузки в плоскостях ее главных кривизн очерчены окружностью радиусом R_1;
3) поверхность контртела вне контакта не деформируется.

С учетом вышесказанного поправка к формуле Герца, учитывающая влияние пластической деформации контртела в зоне контакта на величину

упругого сближения, может быть рассчитана по формуле [2]:

$$\Omega = \left(1 + \frac{2\delta_{пл}}{\delta_y}\right)^{\frac{1}{3}}, \qquad (2)$$

где δ_y – упругая составляющая полного сближения; $\delta_{пл}$ – пластическая составляющая полного сближения.

Окончательно имеем

$$\delta_y = \frac{\delta_0}{\Omega}, \qquad (3)$$

где δ_0 – сближение тел при наличии только упругой деформации, определяется по формуле (1).

Уравнение (3) содержит только одно неизвестное δ_y и поэтому может быть решено методом последовательных приближений.

Однако следует подчеркнуть, что формулы (2) и (3) могут применяться при условии, что в процессе нагружения сфера деформируется чисто упруго, либо является жестко-пластичной. Если же значения твердости материалов сферы и контртела близки по величине, а нагрузка такова, что сфера при силовом контакте получает пластическую деформацию, то поверхность вмятины будет иметь не сферическую форму и формулы (2, 3) становятся неприемлемыми [3]. Можно также отметить, что при известных условиях в процессе разгрузки не исключены вторичные пластические деформации (стимулируемые, в частности, эффектом Баушингера), которые могут снизить точность расчетного определения δ_y.

Полное сближение в упругопластическом контакте сферы с контртелом состоит из двух слагаемых, остаточного сближения $\delta_{пл}$ равного глубине остаточного отпечатка, и упругого сближения δ_y исчезающего со снятием нагрузки вследствие упругого восстановления сферы и контртела. Таким образом,

$$\delta = \delta_y + \delta_{пл}. \qquad (4)$$

Второе слагаемое находится из соотношения [2]:

$$\delta_{пл} = \frac{P - P_{кр}}{2\pi R H},$$

где P – текущая нагрузка; $P_{кр}$ – критическая нагрузка, соответствующая появлению в контакте первых пластических деформаций; H – предельная твердость, которая связана с пределом текучести соотношением $H = C_1\sigma_m$; C_1 – коэффициент стеснения, характеризующий величину упрочнения материала [4], σ_m – предел текучести контртела.

Критическая нагрузка описывается выражением, структурно аналогичным формуле Мейера [5]:

$$P_{кр} = \pi H \frac{\overline{a}_{кр}^{m}}{R^{m-2}},$$

где m – показатель упрочнения материала; $\overline{a}_{кр}$ – критическая величина радиуса отпечатка, при которой в контакте начинают появляться первые пластические деформации:

$$\overline{a}_{кр} = \frac{\pi}{2} K \nu \sigma_m R,$$

где $K = \frac{1-\mu^2}{E}$, E, μ – упругая постоянная, нормальный модуль упругости и коэффициент Пуассона соответственно; ν – коэффициент, связывающий среднее давление в контакте в момент появления первых пластических деформаций с пределом текучести материала (в зависимости от принятой гипотезы пластичности Мизеса или Треска).

Приведенные выше формулы позволяют рассчитать полное сближение в упругопластическом контакте при статическом нагружении. На практике, как правило, все детали машин работают при динамическом воздействии нагрузок, вызывающих увеличение их контактных деформаций.

Классическая теория Герца контактной деформации упругих тел позволяет установить расчетным путем зависимость величины контактного сближения и длительность соударения тел от их масс, а также от их геометрии в контакте. В решении этой задачи обычно используется гипотеза о том, что связь между силой, напряжением и деформацией тел при чисто упругом ударе такая же, как и при статическом нагружении.

Что касается упругопластической контактной задачи, аналогичной задача Герца, то она в полном объеме пока не решена, хотя за последние годы исследователями получены весьма существенные результаты [2, 4].

В данной работе предлагается метод расчета чисто упругого контактного удара распространить на случай, когда в зоне контакта возникает местная пластическая деформация.

Задачу соударения упругой гладкой сферы с гладкой упругопластической поверхностью рассматриваем как чисто контактную, в которой общие деформации взаимодействующих тел во внимание не принимаются.

В течение активного периода соударения сфера внедряется в поверхность контртела. Так как по условию задачи сфера деформируется чисто упруго, то сближение тел в произвольный момент времени $0 \le t \le t^*$, обусловленное только местной (т.е. контактной) деформацией тел, определяется формулой (4).

Уравнение движения сферы имеет вид:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{1}{m} P(\delta), \qquad (5)$$

где m – масса сферы; P – текущее значение силы удара, возрастающее непрерывно от нуля до P^* в течение периода $0 \le t \le t^*$; при этом соответственно $0 \le \delta \le \delta_{max}$.

Как известно [1], при чисто упругом контактном соударении тел сближение δ связано со значением силы удара зависимостью Герца:

$$P(\delta) = k\delta^{\frac{3}{2}}, \qquad (6)$$

где k – постоянная, зависящая от радиуса кривизны сферы и упругих свойств материалов соударяющихся тел.

Очевидно, что с возникновением местной пластической деформации указанная зависимость нарушается. Вследствие этого для рассматриваемого общего случая примем соотношение:

$$P(\delta) = Z\delta^{n_м}. \quad (7)$$

Соотношение (7), по своей структуре, аналогично формуле (6), но отличается от нее смыслом и значениями коэффициента Z и показателя $n_м$. При этом полагается, что на протяжении всего периода t^* постоянные Z и $n_м$ остаются неизменными, зависящими от диаметра сферы и являются функциями упругих свойств материалов сферы и контртела, а также твердости последнего. С увеличением твердости значения Z и $n_м$ возрастают. В пределе, для чисто упругого контакта $n_м$=3/2, что соответствует решению Герца.

Решая дифференциальное уравнение (5) с учетом формулы (7) можно расчетным путем определить максимальную силу удара, максимальное полное, остаточное и упругое сближения в контакте, а также продолжительность активной стадии соударения t^* при варьировании различных параметров (начальной скорости, твердости материала контртела, диаметра сферы и т.д.).

Таким образом, основные параметры динамического упругопластического контакта сферы с плоскостью могут быть определены расчетным путем с использованием, наряду с параметрами чисто упругого контакта, значений твердости материала, как при ударе, так и статическом нагружении.

Предлагаемая теоретическая модель расчета может быть использована не только для контакта гладкой упругой сферы с упругопластическим полупространством, но и для более широкого спектра контактных взаимодействий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко С.П., Гурьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 567 с.
2. Дрозд М.С., Матлин М.М., Сидяхин Ю.И. Инженерные расчеты упругопластической контактной деформации. – М.: Машиностроение, 1986. – 220 с.
3. Орлов А.В., Пинегин С.В. Остаточные деформации при контактном нагружении. – М.: Наука. 1971. – 62 с.
4. Ланков А.А., Миронов В.А. Упругость, упругопластичность и пластичность в конструкционных средах. – Калинин: ТГТУ, 1997.
5. Булычев С.И., Алехин В.П. Испытание материалов непрерывным вдавливанием. – М.: Машиностроение, 1990. – 280 с.
6. Дрозд М.С. Определение механических свойств металла без разрушения. – М.: Металлургия, 1965. – 171 с.

УДК 622.24.05